Corrigé de devoir non surveillé

Points cocycliques ou alignés sur des cercles

a, b, c, d sont cocycliques ou alignés si et seulement si $(\widehat{\overrightarrow{ba}, \overrightarrow{bc}}) \equiv (\widehat{\overrightarrow{da}, \overrightarrow{dc}})[\pi]$. En utilisant la relation de Chasles, et les cocyclicités connues, il vient :

$$(\widehat{\overrightarrow{ba}, \overrightarrow{bc}}) \equiv (\widehat{\overrightarrow{ba}, \overrightarrow{bb'}}) + (\widehat{\overrightarrow{bb'}, \overrightarrow{bc}})[\pi] \equiv (\widehat{\overrightarrow{a'a}, \overrightarrow{a'b'}}) + (\widehat{\overrightarrow{c'b'}, \overrightarrow{c'c}})[\pi]$$

et

$$(\widehat{\overrightarrow{da}, \overrightarrow{dc}}) \equiv (\widehat{\overrightarrow{da}, \overrightarrow{dd'}}) + (\widehat{\overrightarrow{dd'}, \overrightarrow{dc}})[\pi] \equiv (\widehat{\overrightarrow{a'a}, \overrightarrow{a'd'}}) + (\widehat{\overrightarrow{c'd'}, \overrightarrow{c'c}})[\pi]$$

En soustrayant, et avec la relation de Chasles, il vient :

$$(\widehat{\overrightarrow{ba}, \overrightarrow{bc}}) - (\widehat{\overrightarrow{da}, \overrightarrow{dc}}) \equiv (\widehat{\overrightarrow{a'd'}, \overrightarrow{a'b'}}) - (\widehat{\overrightarrow{c'd'}, \overrightarrow{c'b'}})[\pi]$$

Les points a, b, c, d sont donc cocycliques ou alignés si et seulement si les points a', b', c', d' le sont.