

# Devoir non surveillé

## Exemples d'équations différentielles d'ordres 3 et 4

On cherche les solutions (réelles) sur  $\mathbb{R}$  de l'équation différentielle

$$(E) \quad y''' = y,$$

c'est-à-dire les fonctions  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  trois fois dérivables, telles que

$$\forall x \in \mathbb{R}, \quad f'''(x) = f(x)$$

**1** Donner l'ensemble des solutions réelles sur  $\mathbb{R}$  de l'équation différentielle

$$(F) \quad y' = y$$

**2** Montrer que  $f$  est solution de  $(E)$  si et seulement si  $g = f'' + f' + f$  est solution de  $(F)$ .

**3** En déduire l'ensemble des solutions de  $(E)$ .

**4** Adapter cette méthode pour résoudre l'équation

$$y^{(4)} = y$$

( $y^{(4)}$  désigne la dérivée quatrième de  $y$ ).