Corrigé de devoir non surveillé

Résolution d'une équation différentielle

1 Une primitive de $f : x \mapsto \dfrac{\sin(x)}{2-\cos(x)}$ est $x \mapsto \ln(2-\cos(x))$.

On en déduit que $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \dfrac{\sin(t)}{2-\cos(t)} \mathrm{d}t = \ln(2)$.

Soit l'équation différentielle $(E)\ : y'(x) + \dfrac{\sin(x)}{2-\cos(x)} y(x) = 2\sin(x)$.

2 La solution générale de (H) est $x \mapsto \dfrac{C}{2-\cos(x)}$, où C décrit $\mathbb{R}$.

3

a En raisonnant par équivalences (ou par analyse-synthèse), on trouve la fonction $x \mapsto 2-\cos(x)$ pour solution particulière de (E) sous la forme souhaitée.

b La solution générale de (E) sur $\mathbb{R}$ est $x \mapsto 2-\cos(x) + \dfrac{C}{2-\cos(x)}$, où C décrit $\mathbb{R}$.

4 La solution au problème de Cauchy considéré est simplement $h\ : x \mapsto 2-\cos(x)$.