

Corrigé de devoir non surveillé

Étude d'un polynôme

1

a D'après les relations coefficients-racines, $t_1 + t_2 + t_3 = 0$ et $t_1 t_2 t_3 = -2$.

b Évidemment, $P_a(0) = 2 = -t_1 t_2 t_3$, donc t_1, t_2 et t_3 ne peuvent pas tous être positifs : le plus petit d'entre eux, t_1 , est strictement négatif.

c $t_3 > 0$ car $t_1 + t_2 + t_3 = 0$. Comme $t_1 < 0$ et $t_1 t_2 t_3 < 0$, on a $t_2 > 0 : t_1 + t_3 = -t_2 \leq 0$, donc $t_3 \leq -t_1$. On a bien $t_1 \leq t_2 \leq t_3 \leq -t_1$. Un rapide examen montre que les contraintes trouvées imposent $t_1 = -2, t_2 = t_3 = 1$.

d t_2 étant racine double de P_1 , on a $P'_a(t_2) = 0$. On en déduit que $a = 1$.

2 Réciproquement, le polynôme $X^3 - 3X + 2$ possède bien -2 comme racine simple, et 1 comme racine double : la valeur de a ainsi trouvée convient bien.