

Devoir non surveillé

Exercice 1 : Une formule

On se propose de montrer que pour tout $x \in]0, 4[$:

$$\arcsin\left(\frac{x}{2} - 1\right) + \frac{\pi}{2} = 2 \arctan\left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{4-x}}\right).$$

Soit $x \in]0, 4[$. On pose $\beta = \arcsin\left(\frac{x}{2} - 1\right) + \frac{\pi}{2}$.

1 Calculer $\cos(\beta)$.

2 En déduire que $\cos(\beta/2) = \frac{\sqrt{4-x}}{2}$ et $\sin(\beta/2) = \frac{\sqrt{x}}{2}$.

3 Conclure.