Programme de colles MP2
Semaine 17 (06-10 février 2017)

Variables aléatoires discrètes (I), séries entières (II)

Plan de cours

Notion de tribu.
Stabilité par différence ensembliste, intersection et union au plus dénombrables.
Ensemble probabilisable.
Tribu discrète.
Vocabulaire : événement élémentaire, événement certain, impossible, événement contraire.
Probabilité sur un ensemble probabilisable. Espace probabilisé.
Événements certains, presque sûrs.
Donnée d'une probabilité sur un ensemble au plus dénombrable muni de la tribu discrète par la probabilité des événements élémentaires.
Propriétés élémentaires des probabilités : probabilité de $\overline{A}$, d'une union finie disjointe, d'une union de deux événements, croissance.
Continuité croissante, continuité décroissante.
Sous-additivité.
Système complet d'événements. Formule des probabilités totales.
Probabilités conditionnelles : définition, probabilité associée.
Formule des probabilités composées.
Formules de Bayes.
Indépendance de deux événements. Indépendance (mutuelle) d'une famille d'événements.
Variable aléatoire discrète : définition, loi d'une telle v.a.
Toutes les v.a. sont supposées discrètes.
Loi conjointe d'un couple de v.a., lois marginales.
Indépendance de deux v.a., d'une famille de v.a.
Si X et Y sont indépendants, alors les v.a. $f(X)$ et $g(Y)$ sont indépendants.
Si les v.a. X_i sont mutuellement indépendantes, alors les événements $(X_i \in A_i)$ (où A_i est une partie de $X_i(\Omega)$) sont mutuellement indépendants.
Lois usuelles : loi de Bernoulli, loi binomiale, loi géométrique, loi de Poisson.
Caractérisation des lois géométriques comme lois sans mémoire.
Approximation de la loi binomiale par la loi de Poisson.

Exercices

Premier exercice sur le programme de probabilité ci-dessus (pas d'espérance). Éventuellement, deuxième exercice sur les séries entières.