**Programme de colles MP2**
Semaine 18 (27 février-03 mars 2017)

# Variables aléatoires discrètes (II)

## Plan de cours

Espérance d'une variable aléatoire : espérances classiques (à savoir retrouver).
Propriétés de l'espérance (pas de démonstration de la linéarité).
Formule de transfert (admise).
Inégalité de Markov.
Espérance d'un produit de variables aléatoires indépendantes (pas de démonstration).
Moment d'ordre $k$. Espace vectoriel des variables aléatoires réelles définies sur $\Omega$ et admettant un moment d'ordre 2.
Si une variable aléatoire admet un moment d'ordre 2, alors elle est d'espérance finie.
Variance, écart type.
Formule de Koenig. Effet d'une translation-dilatation sur la variance.
Variable aléatoire centrée réduite associée à une variable aléatoire.
Variances classiques (à savoir retrouver).
Inégalité de Cauchy-Schwarz.
Inégalité de Bienaymé-Tchebychev.
Covariance : définition, formule. Covariance de variables aléatoires indépendantes.
Variance d'une somme.
Loi faible des grands nombres.
Fonction génératrice : définition.
Dérivations successives de la fonction génératrice pour calculer les moments (en supposant $R > 1$, où $R$ est le rayon de convergence de $\sum P(X = n)t^n$).
La variable aléatoire $X$ est d'espérance finie (resp. admet un second moment) si et seulement si $G_X$ est dérivable en 1 (resp. deux fois dérivable en 1). Dans ce cas, $E(X) = G'_X(1)$ (resp. $E(X(X-1)) = G''_X(1)$). Résultats admis.
Fonction génératrice d'une somme finie de variables aléatoires indépendantes (à valeurs naturelles).
Exemples classiques de fonctions génératrices (à savoir retrouver).
Utilisation de la fonction génératrice pour retrouver espérance et variance.

## Exercices

Variables aléatoires discrètes.