

Programme de colles MP2

Semaine 3 (26-30 septembre 2016)

Intégrabilité

Plan de cours

Intégrale généralisée (ou impropre) : définition pour $[a, b[$, $]a, b]$, $]a, b[$.

Relation de Chasles.

Intégrale faussement impropre.

Il se peut que $\int_{]0,1]} f$ converge alors que f admet une limite infinie en 0.

Il se peut que $\int_{\mathbb{R}_+} f$ diverge alors que f tend vers 0 en $+\infty$.

Il se peut que $\int_{\mathbb{R}_+} f$ converge alors que f ne tend pas vers 0 en $+\infty$.

Si $\int_{\mathbb{R}_+} f$ converge, et si f admet une limite finie l en $+\infty$, alors $l = 0$.

Intégrales de Riemann.

Propriétés des intégrales impropres.

Caractérisation de la convergence dans le cas positif.

Ordre et convergence dans le cas positif.

Intégrabilité d'une fonction (notion d'intégrale absolument convergente).

Lien entre intégrabilité et intégrale convergente.

Intégrabilité et relations de comparaison.

Changement de variables, intégration par parties.

Fonction Γ d'Euler. Définition, relation fonctionnelle, valeurs aux entiers naturels non nuls.

Théorèmes d'intégration des relations de comparaison (seulement les énoncés).

Exercices

Un premier exercice (ou une première question) sur la seule convergence d'une intégrale, ou l'intégrabilité d'une fonction.

Ensuite, on peut poser un exercice l'intégration sur un segment (révisions de MPSI), l'intégrabilité (y compris le calcul d'intégrales impropres).